

**МИНОБРНАУКИ РОССИИ**  
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования «Воронежский государственный университет»  
(ФГБОУ ВО «ВГУ»)

**УТВЕРЖДАЮ**

И.о.заведующего кафедрой  
уравнений в частных производных  
и теории вероятностей



А.С. Рябенко  
26.03.2025

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**  
**Б1.О.16 Оптимальное управление**

1. Код и наименование направления подготовки/специальности:  
01.04.01 Математика
2. Профиль подготовки/специализация: Математические модели  
гидродинамики
3. Квалификация выпускника: Магистр
4. Форма образования: Очная
5. Кафедра, отвечающая за реализацию дисциплины: Кафедра уравнений в  
частных производных и теории вероятностей математического факультета
6. Составители программы: Провоторов Вячеслав Васильевич, доктор физико-  
математических наук, профессор кафедры уравнений в частных производных и  
теории вероятностей,
7. Рекомендована: Научно-методическим советом математического факультета  
18.03.2025 Протокол № 0500-03
8. Учебный год: 2025/2026 Семестр(-ы): 3

## 9. Цели и задачи учебной дисциплины

Целями освоения учебной дисциплины являются:

- изучение основополагающих вопросов формирования математических моделей управления в том числе детерминированными гидродинамическими и тепловыми процессами, наблюдаемых в сетеподобных промышленных конструкциях и устройствах (пространственных сетях),

- представление оптимального управляющего воздействия в терминах задач оптимального управления начально-краевыми задачами эволюционного типа для линейных дифференциальных уравнений в частных производных второго порядка с распределенными параметрами на геометрическом графе и в сетеподобных областях.

Задачи учебной дисциплины:

- формирование функциональных пространств состояний изучаемого процесса с необходимыми для анализа теоретико-множественными свойствами; построение и описание эволюционных операторов изучаемого процесса (оператор изучаемого процесса, оператор наблюдения процесса);

- установление условий корректности начально-краевых задач; формирование областей (пространств) допустимых управлений и оптимизирующего функционала (функции стоимости); получение необходимых (необходимых и достаточных) условий существования экстремума и оптимального управления;

- получение конструктивных алгоритмов определения оптимального управления (синтеза управления).

В рамках освоения теоретического и практического материала по дисциплине задачами изучения дисциплины выступает приобретение

Знаний:

- особенностей построения (синтеза) оптимального управления разного типа дифференциальными системами с распределенными параметрами на геометрическом графе, описываемыми начально-краевыми задачами для линейных дифференциальных уравнений в частных производных второго порядка с распределенными параметрами на геометрическом графе;

- критериев качества математических исследований, принципы построения и анализа оптимального управления,

- тенденций и перспектив развития теории оптимального управления гидродинамическими и тепловыми процессами.

Умений:

- реализовывать основные методы оптимального управления в терминах, необходимых для применения в практических ситуациях;

- пользоваться построением (синтезом) оптимального управления в интегральной форме при решении практических задач;

- применять полученные знания при решении конкретных задач математического моделирования процессов оптимизации.

Навыков:

- применения и анализа методов построения оптимального граничного управления для дифференциальных уравнений в частных производных с распределенными параметрами на геометрическом графе, описывающих реальные гидродинамические и тепловые процессы с целью нахождения решений *общенаучных и прикладных задач широкого профиля.*

## 10. Место учебной дисциплины в структуре ООП:

Курс входит в цикл профессиональных дисциплин в профильной (вариативной) части обучения.

Для его успешного освоения необходимы знания и умения, приобретенные в результате обучения по предшествующим дисциплинам:

- математический анализ,
- функциональный анализ,
- обыкновенные дифференциальные уравнения,
- дифференциальные уравнения в частных производных.

**11. Планируемые результаты обучения по дисциплине/модулю (знания, умения, навыки), соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями выпускников):**

Код	Название компетенции	Код(ы)	Индикатор(ы)	Планируемые результаты обучения
ОПК-1	Способен формулировать и решать актуальные и значимые проблемы математики	ОПК-1.1	Обладает обширным диапазоном знаний, полученным в области математических и(или) естественных наук	Знать: классические доказательства для задач математики, используемые дифференциальные уравнения с частными производными при моделировании естественно-научных процессов и явлений; Уметь: самостоятельно сформулировать и математически корректно ставить естественно-научные задачи, используя основные закономерности физических процессов и явлений, Владеть: необходимым объемом знаний математического инструментария для решения задач аналитического характера с помощью формализмов дифференциальных уравнений с частными производными
		ОПК-1.2	Умеет осуществлять первичный сбор и анализ материала, интерпретировать различные математические объекты	
		ОПК-1.3	Применяет навыки выбора методов решения задач профессиональной деятельности на основе имеющихся теоретических знаний и опыта решения математических задач	
ОПК-3	Способен использовать знания в сфере математики при осуществлении педагогической деятельности	ОПК-3.1	Обладает всем необходимым профессиональным инструментарием, позволяющим грамотно реализовать образовательный процесс на различных ступенях образования в образовательных учреждениях различного типа	Знать: классические доказательства для задач математики, используемые дифференциальные уравнения с частными производными при моделировании естественно-научных процессов и явлений; грамотно использовать в образовательном процессе на различных ступенях образования образовательных учреждениях Уметь: самостоятельно сформулировать и математически корректно ставить естественно-научные задачи, используя основные закономерности физических процессов и явлений, решать вопросы, возникающие в учебных ситуациях, требующих профессиональных знаний
		ОПК-3.2	Умеет самостоятельно анализировать и решать проблемы, возникающие в реальных учебных ситуациях, требующих углубленных профессиональных знаний	
		ОПК-3.3	Имеет обширный объем знаний в области математики, педагогики и психологии, необходимый для осуществления	

			педагогической деятельности	Владеть: необходимым объемом знаний математики, педагогики и психологии для решения задач аналитического характера с помощью формализмов дифференциальных уравнений с частными производными и для осуществления педагогической деятельности
--	--	--	-----------------------------	---

12. Объем дисциплины в зачетных единицах/часах — 4 / 144.

Форма промежуточной аттестации зачет

### 13. Трудоемкость по видам учебной работы

Вид учебной работы		Трудоемкость			
		Всего	По семестрам		
			№ семестра 3 сем	№ семестра	...
Аудиторные занятия		54	54		
в том числе:	лекции	32	32		
	практические	22	22		
	лабораторные				
Самостоятельная работа		90	90		
в том числе: курсовая работа (проект)					
Форма промежуточной аттестации (экзамен – __ час.)		зачет	зачет		
Итого:		144	144		

#### 13.1. Содержание дисциплины:

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела дисциплины	Реализация раздела дисциплины с помощью онлайн-курса,

			ЭУМК*
		<b>1. Лекции</b>	<a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=11569">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=11569</a>
1.1	Общие сведения, основные понятия и предложения	Общие сведения о нормированных и гильбертовых пространствах. Примеры Общие сведения о линейных функционалах и линейных операторах Основные понятия и предложения, граф, структура графа Пространства суммируемых на графе функций Лемма о дифференцируемости функций в вершинах графа. Пространства $L_2(\Gamma_T)$ , $L_{2,1}(\Gamma_T)$ , $W_2^1(a, \Gamma)$ , $W_{2,0}^{1,0}(a, \Gamma_T)$ , $V_{2,0}^{1,0}(a, \Gamma_T)$	2
1.2	Начально-краевые задачи для эволюционных систем	Линейные дифференциальные уравнения с частными производными с распределенными параметрами на графе Начально-краевые задачи для параболических систем Однозначная разрешимость, корректность. Начально-краевые задачи для гиперболических систем Однозначная разрешимость, корректность.	6
1.3	Оптимальное управление эволюционными системами	Задачи оптимального управления параболической системой Задача оптимального управления параболической системой в пространстве $W_{2,0}^{1,0}(a, \Gamma_T)$	6
		Задача оптимального управления параболической системой в пространстве $V_{2,0}^{1,0}(a, \Gamma_T)$	
		Соотношения, определяющие оптимальное управление	4
		Задачи оптимального управления гиперболической системой. Задача оптимального управления гиперболической системой в пространстве $W_{2,0}^{1,0}(a, \Gamma_T)$ Уравнение энергетического баланса Задача оптимального управления гиперболической системой (общий случай)	4
		Соотношения, определяющие оптимальное управление	4
1.4	Управляемость эволюционных систем	Управляемость параболических систем Управляемость гиперболических систем	4

1.5	Устойчивость и стабилизация эволюционных систем	Параболические системы Гиперболические системы	2
-----	---	---	---

<https://edu.vsu.ru/course/view>

## 2. Практические занятия

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела дисциплины	Количество часов
2.1	Общие сведения, основные понятия и предложения	Общие сведения о нормированных и гильбертовых пространствах. Примеры Общие сведения о линейных функционалах и линейных операторах Основные понятия и предложения, граф, структура графа Пространства суммируемых на графе функций Лемма о дифференцируемости функций в вершинах графа. Пространства $L_2(\Gamma_T)$ , $L_{2,1}(\Gamma_T)$ , $W_2^1(a, \Gamma)$ , $W_{2,0}^{1,0}(a, \Gamma_T)$ , $V_{2,0}^{1,0}(a, \Gamma_T)$	4
2.2	Начально-краевые задачи для эволюционных систем	Линейные дифференциальные уравнения с частными производными с распределенными параметрами на графе Начально-краевые задачи для параболических систем Однозначная разрешимость, корректность. Начально-краевые задачи для гиперболических систем Однозначная разрешимость, корректность.	4
2.3	Оптимальное управление эволюционными системами	1. Задачи оптимального управления параболической системой 2. Задача оптимального управления параболической системой в пространстве $W_{2,0}^{1,0}(a, \Gamma_T)$ 3. Задача оптимального управления параболической системой в пространстве $V_{2,0}^{1,0}(a, \Gamma_T)$ 4. Задачи оптимального управления гиперболической системой. 5. Задача оптимального управления гиперболической системой в пространстве $W_{2,0}^{1,0}(a, \Gamma_T)$ 6. Уравнение энергетического баланса 7. Задача оптимального управления гиперболической системой (общий случай)	6
2.4	Управляемость эволюционных систем	Управляемость параболических систем	4

		Управляемость гиперболических систем	
2.5	Устойчивость и стабилизация эволюционных систем	Параболические системы Гиперболические системы <b>Контрольная работа</b>	4

### 13.2. Темы (разделы) дисциплины и виды занятий:

№ п/п	Наименование раздела дисциплины					
		Лекции	Практические	Лабораторные	Самостоятельная работа	Всего
1	Общие сведения, основные понятия и предложения	2	4	0	10	16
2	Начально-краевые задачи для эволюционных систем	6	4	0	22	32
3	Оптимальное управление эволюционными системами	18	6	0	22	46
4	Управляемость эволюционных систем	4	4	0	18	26
5	Устойчивость и стабилизация эволюционных систем	2	4		18	24
	<b>Итого:</b>	<b>32</b>	<b>22</b>	<b>0</b>	<b>90</b>	<b>144</b>

### 14. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

(рекомендации обучающимся по освоению дисциплины: работа с конспектами лекций, презентационным материалом, выполнение практических заданий, тестов, заданий текущей аттестации и т.д.)

В процессе преподавания дисциплины используются такие виды учебной работы, как лекции, практические занятия, а также различные виды самостоятельной работы обучающихся. На лекциях рассказывается теоретический материал, на лабораторных занятиях решаются примеры по теоретическому материалу, прочитанному на лекциях.

При изучении курса «Оптимальное управление» обучающимся следует внимательно слушать и конспектировать материал, излагаемый на аудиторных занятиях. Для его понимания и качественного усвоения рекомендуется следующая последовательность действий.

1. После каждой лекции студентам рекомендуется подробно разобрать прочитанный теоретический материал, выучить все определения и формулировки теорем, разобрать примеры, решенные на лекции. Перед следующей лекцией обязательно повторить материал предыдущей лекции.

2. Перед практическим занятием обязательно повторить лекционный материал. После практического занятия еще раз разобрать решенные на этом занятии примеры, после чего приступить к выполнению домашнего задания. Если при решении примеров, заданных на дом, возникнут вопросы, обязательно задать на следующем практическом занятии или в присутственный час преподавателю.

3. При подготовке к практическим занятиям повторить основные понятия по темам, изучить примеры. Решая задачи, предварительно понять, какой

теоретический материал нужно использовать. Наметьте план решения, попробуйте на его основе решить практические задачи.

3. Выбрать время для работы с литературой по дисциплине в библиотеке.

Знание методов моделирования анализа задач гидродинамических процессов может существенно помочь при анализе дифференциальных уравнений гидродинамического типа, которые изучаются в целом ряде направлений современной математики.

**15. Перечень основной и дополнительной литературы, ресурсов интернет, необходимых для освоения дисциплины** (список литературы оформляется в соответствии с требованиями ГОСТ и используется общая сквозная нумерация для всех видов источников)

а) основная литература:

№ п/п	Источник
1.	Сабитов К.Б. Уравнения математической физики. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2013. – 352 с. // «Универсальная библиотека online: Электронно-библиотечная система. – URL: <a href="http://biblioclub.ru">http://biblioclub.ru</a>

б) дополнительная литература:

№ п/п	Источник
1.	Владимиров В.С. Уравнения математической физики : учебник для студ. вузов / В.С. Владимиров, В.В. Жаринов.— Изд. 2-е, стер. — М. : Физматлит, 2008 .— 398 с.
2	Провоторов В.В., Начально-краевые задачи с распределенными параметрами на графе / В.В. Провоторов, А.С. Волкова . – Воронеж: Научная книга, 2014. – 188 с.

в) информационные электронно-образовательные ресурсы (официальные ресурсы интернет)\*:

№ п/п	Ресурс
1.	<a href="http://eqworld.ipmnet.ru">http://eqworld.ipmnet.ru</a> – интернет-портал, посвященный уравнениям и методам их решений
2.	<a href="http://www.lib.vsu.ru">http://www.lib.vsu.ru</a> - электронный каталог ЗНБ ВГУ

**16. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы**

(учебно-методические рекомендации, пособия, задачки, методические указания по выполнению практических (контрольных) работ и др.)

Самостоятельная работа обучающегося направлена на самостоятельное изучение отдельных тем и вопросов учебной дисциплины. Самостоятельная работа является обязательной для каждого обучающегося, ее объем по учебному курсу определяется учебным планом. При самостоятельной работе обучающийся взаимодействует с рекомендованными материалами при минимальном участии преподавателя. Самостоятельная работа с учебниками, учебно-методическими материалами, научной, справочной литературой, ресурсами сети Internet является наиболее эффективным методом получения знаний.

№ п/п	Источник
1	<a href="http://eqworld.ipmnet.ru">http://eqworld.ipmnet.ru</a> – интернет-портал, посвященный обыкновенным дифференциальным уравнениям
2	<a href="http://www.lib.vsu.ru">http://www.lib.vsu.ru</a> - электронный каталог ЗНБ ВГУ

**17. Образовательные технологии, используемые для реализации учебной дисциплины, включая программное обеспечение и информационно-справочные системы (при необходимости)**

№ п/п	Источник
-------	----------

1	<a href="http://mschool.kubsu.ru">http://mschool.kubsu.ru</a> – библиотека электронных учебных пособий.( <a href="http://mschool.kubsu.ru/ms/1.htm">http://mschool.kubsu.ru/ms/1.htm</a> )
2	Электронный каталог Научной библиотеки Воронежского государственного университета. – ( <a href="http://www.lib.vsu.ru/">http://www.lib.vsu.ru/</a> )
3	Дисциплина может реализовываться с применением дистанционных образовательных технологий, например, на платформе «Электронный университет ВГУ» <a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=11569">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=11569</a>

### 18. Материально-техническое обеспечение дисциплины:

(при использовании лабораторного оборудования указывать полный перечень, при большом количестве оборудования можно вывести данный раздел в приложение к рабочей программе)

1. Типовое оборудование учебной аудитории
2. Зональная научная библиотека, электронный каталог Научной библиотеки ВГУ (<http://www.lib.vsu.ru>)

### 19. Оценочные средства для проведения текущей и промежуточной аттестаций

Порядок оценки освоения обучающимися учебного материала определяется содержанием следующих разделов дисциплины:

№ п/п	Наименование раздела дисциплины (модуля)	Компетенция(и)	Индикатор(ы) достижения компетенции	Оценочные средства
1.	1.1 – 1.5	ОПК-1 ОПК-3	ОПК -1.1. ОПК -1.2. ОПК -1.3. ОПК -3.1. ОПК -3.2. ОПК -3.3.	Контрольная работа. Тестовые задания. Контрольно-измерительные материалы
Промежуточная аттестация форма контроля - зачет				Наименование раздела дисциплины
				Основные понятия и предложения. Пространства суммируемых на графе функций,
				Пространства $L_2(\Gamma_T)$ , $L_{2,1}(\Gamma_T)$ , $W_2^1(a, \Gamma)$ , $W_{2,0}^{1,0}(a, \Gamma_T)$ , $V_{2,0}^{1,0}(a, \Gamma_T)$
				Линейные дифференциальные уравнения с частными производными с распределенными параметрами на графе
				Начально-краевые задачи для параболических систем. Однозначная разрешимость, корректность.
				Начально-краевые задачи для гиперболических систем. Однозначная разрешимость, корректность.
				Задача оптимального управления параболической системой в пространстве $W_{2,0}^{1,0}(a, \Gamma_T)$

№ п/п	Наименование раздела дисциплины (модуля)	Компетенция(и)	Индикатор(ы) достижения компетенции	Оценочные средства
				Задача оптимального управления параболической системой в пространстве $V_{2,0}^{1,0}(a, \Gamma_T)$
				Задача оптимального управления гиперболической системой в пространстве $W_{2,0}^{1,0}(a, \Gamma_T)$
				Задача оптимального управления гиперболической системой
				Уравнение энергетического баланса
				Управляемость параболических и гиперболических систем
				Устойчивость и стабилизация эволюционных систем

## 20 Типовые оценочные средства и методические материалы, определяющие процедуры оценивания

Оценка знаний, умений и навыков, характеризующих формирование компетенций в рамках изучения дисциплины осуществляется в ходе текущей и промежуточной аттестаций. Текущая аттестация проводится в форме выполнения практических заданий (тестовые задания)..

Контрольно-измерительные материалы промежуточной аттестации включают в себя теоретические вопросы, позволяющие оценить уровень полученных знаний и практические задания, позволяющие оценить степень сформированности умений и навыков.

### 20.1 Текущий контроль успеваемости

Контроль успеваемости по дисциплине осуществляется с помощью следующих оценочных средств:

Домашние задания по изучаемым темам

Контрольная работа

**Текущий контроль** предназначен для проверки хода и качества формирования компетенций, стимулирования учебной работы обучающихся и совершенствования методики освоения новых знаний. Он обеспечивается проведением контрольных заданий и домашних работ, проверкой конспектов лекций, периодическим опросом слушателей на занятиях.

Формы, методы и периодичность текущего контроля определяет преподаватель.

Текущий контроль представляет собой проверку усвоения учебного материала теоретического и практического характера, регулярно осуществляемую на занятиях.

К основным формам текущего контроля можно отнести устный опрос, проверку домашних заданий, контрольные работы.

Задание для текущего контроля и проведения промежуточной аттестации должны быть направлены *на оценивание*:

1. уровня освоения теоретических и практических понятий, научных основ профессиональной деятельности;

2. степени готовности обучающегося применять теоретические и практические знания и профессионально значимую информацию, сформированности когнитивных умений.

3. приобретенных умений, профессионально значимых для профессиональной деятельности.

## 20.2 Промежуточная аттестация

Промежуточная аттестация по дисциплине осуществляется с помощью следующих оценочных средств:

зачет

**Промежуточная аттестация** предназначена для определения уровня освоения всего объема учебной дисциплины. Промежуточная аттестация по дисциплине «Оптимальное управление эволюционными процессами в гидросетях» проводится в форме зачета.

Промежуточная аттестация, как правило, осуществляется в конце семестра и может завершать изучение как отдельной дисциплины, так и ее разделов. Промежуточная аттестация помогает оценить более крупные совокупности знаний и умений, в некоторых случаях – даже формирование определенных профессиональных компетенций.

На зачете оценивается практический уровень освоения дисциплины и степень сформированности компетенции

Перечень вопросов к зачету, тестовых заданий и критерии оценивания приведены ниже.

### Перечень вопросов к зачету

№ п/п	Наименование раздела дисциплины
1	Основные понятия и предложения. Пространства суммируемых на графе функций,
2	Пространства $L_2(\Gamma_T)$ , $L_{2,1}(\Gamma_T)$ , $W_2^1(a, \Gamma)$ , $W_{2,0}^{1,0}(a, \Gamma_T)$ , $V_{2,0}^{1,0}(a, \Gamma_T)$
3	Линейные дифференциальные уравнения с частными производными с распределенными параметрами на графе
4	Начально-краевые задачи для параболических систем. Однозначная разрешимость, корректность.
5	Начально-краевые задачи для гиперболических систем. Однозначная разрешимость, корректность.
6	Задача оптимального управления параболической системой в пространстве $W_{2,0}^{1,0}(a, \Gamma_T)$
7	Задача оптимального управления параболической системой в пространстве $V_{2,0}^{1,0}(a, \Gamma_T)$
8	Задача оптимального управления гиперболической системой в пространстве $W_{2,0}^{1,0}(a, \Gamma_T)$
9	Задача оптимального управления гиперболической системой
10	Уравнение энергетического баланса
11	Управляемость параболических и гиперболических систем
12	Устойчивость и стабилизация эволюционных систем

### Перечень практических заданий (тестовые задания)

№ п/п	Наименование раздела дисциплины
1	Пространства $L_2(\Gamma_T)$ , $L_{2,1}(\Gamma_T)$ , $W_2^1(a, \Gamma)$ , $W_{2,0}^{1,0}(a, \Gamma_T)$ , $V_{2,0}^{1,0}(a, \Gamma_T)$

2	Начально-краевые задачи для параболических систем. Однозначная разрешимость, корректность.
3	Начально-краевые задачи для гиперболических систем. Однозначная разрешимость, корректность.
4	Задача оптимального управления параболической системой в пространстве $W_{2,0}^{1,0}(a, \Gamma_T)$
5	Задача оптимального управления гиперболической системой в пространстве $W_{2,0}^{1,0}(a, \Gamma_T)$
6	Уравнение энергетического баланса
7	Управляемость параболических и гиперболических систем
8	Устойчивость и стабилизация эволюционных систем

### Требования к выполнению заданий, шкалы и критерии оценивания

Критерии оценивания компетенций	Уровень сформированности компетенций	Шкала оценок
<p>Оценка <b>«зачтено»</b> выставляется в любом из трех случаев:</p> <p>1. Выполнение трех из пяти требований к ответу на каждый вопрос КИМ:</p> <p>1) правильность, полнота и глубина ответа (верное и глубокое изложение фактов, понятий, законов, закономерностей, принципов; опора при ответе на исходные методологические положения; анализ основных теоретических материалов, описанных в различных источниках, связь теории с практикой; иллюстрация ответа конкретными примерами; отсутствие необходимости в уточняющих вопросах);</p> <p>2) логическая последовательность изложения материала в процессе ответа;</p> <p>3) грамотное изложение материала на высоком научном уровне, высокая культура речи;</p> <p>4) наличие полных и обоснованных выводов;</p> <p>5) демонстрация собственной профессиональной позиции (творческое применение знаний в практических ситуациях, демонстрация убежденности, а не безразличия; демонстрация умения сравнивать, классифицировать, обобщать).</p> <p>2. Невыполнение более трех из перечисленных требований (к одному из вопросов КИМ) и правильный ответ на дополнительный вопрос в пределах программы.</p> <p>3. Невыполнение трех из перечисленных требований (либо трех к одному вопросу, либо по одному к каждому вопросу КИМ) и правильные ответы на два дополнительных вопроса в пределах программы.</p>	Базовый	Зачтено
<p>Оценка <b>«не зачтено»</b> выставляется в любом из трех случаев:</p> <p>1. Невыполнение более трех требований (в различных комбинациях по отношению к вопросам экзаменационного билета), предъявляемых к оценке «зачтено» (п.1).</p> <p>2. Невыполнение более трех требований (в</p>	-	Не зачтено

различных комбинациях по отношению к вопросам экзаменационного билета), предъявляемых к оценке «зачтено» (п.1), и неправильные ответы на два дополнительных вопроса в пределах программы. 3. <i>Невыполнение более трех требований (в различных комбинациях по отношению к вопросам экзаменационного билета), предъявляемых к оценке «зачтено» (п.1), и правильный ответ только на один из не менее двух дополнительных вопросов в пределах программы.</i>		
---	--	--

## 20.3 Фонд оценочных средств сформированности компетенций студентов, рекомендуемый для проведения диагностических работ

### Пример контрольно-измерительного материала

#### Контрольно-измерительный материал № 1

1. Пространство  $W_{2,0}^1(a, \Gamma_T)$  плотно в пространстве (продолжить, выбрав правильный ответ).

#### Варианты ответов

Номер ответа	1	2
Ответ	$W_2^1(\Gamma_T)$	$L_2(\Gamma_T)$

2. Начально-краевая задача корректна по Адамару, т.е. (продолжить, выбрав правильный ответ).

#### Варианты ответов

Номер ответа	1	2
Ответ	она однозначно разрешима.	она однозначно разрешима и решение ее непрерывно зависит от исходных данных

## 2) Задачи на соответствие

1. Определение слабого решения задачи

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left( a(x) \frac{\partial u}{\partial x} \right) + b(x)u, \quad x, t \in \Gamma_T = \Gamma_0 \times (0, T), \quad (1)$$

$$u|_{x=l \in \gamma_1} = u|_{x=0 \in \gamma_2}, \quad \frac{\partial u}{\partial x} \Big|_{x=l \in \gamma_k} = \alpha \frac{\partial u}{\partial x} \Big|_{x=0 \in \gamma_{k+1}} \quad (k = 1, 2, \dots, K-1), \quad (2)$$

$$u|_{t=0} = \varphi(x), \quad (3)$$

$$u|_{x=\partial\Gamma} = 0, \quad (4)$$

для частного случая  $a(x) = 1$ ,  $b(x) = 0$ ,  $x \in \Gamma$ :

Слабым решением начально-краевой задачи (1) – (4) называется

функция  $u(x, t) \in W_0^1(\Gamma_T)$ , для которой имеет место интегральное тождество (выбрать верное соотношение)

$$1) \int_{\Gamma_T} [u(x, t) \frac{\partial \eta(x, t)}{\partial t} + \frac{\partial \eta(x, t)}{\partial x} \frac{\partial \eta(x, t)}{\partial x}] dx dt = \int_{\Gamma} \varphi(x) \eta(x, 0) dx$$

$$2) \int_{\Gamma_T} [\frac{\partial u(x, t)}{\partial t} \frac{\partial \eta(x, t)}{\partial t} + \frac{\partial \eta(x, t)}{\partial x} \frac{\partial \eta(x, t)}{\partial x}] dx dt = 0$$

$$3) \int_{\Gamma_T} [\frac{\partial u(x, t)}{\partial t} \frac{\partial \eta(x, t)}{\partial t}] dx dt = \int_{\Gamma} \varphi(x) \eta(x, 0) dx$$

для любой  $\eta(x, t) \in W_0^1(\Gamma_T)$ ,  $\eta(x, T) = 0$ .

Ответ: 1).

2. Начально-краевая задача

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} (a(x) \frac{\partial u}{\partial x}) + b(x)u, \quad x, t \in \Gamma_T = \Gamma_0 \times (0, T), \quad (1)$$

$$u|_{x=l \in \gamma_1} = u|_{x=0 \in \gamma_2}, \quad \frac{\partial u}{\partial x}|_{x=l \in \gamma_k} = \alpha \frac{\partial u}{\partial x}|_{x=0 \in \gamma_{k+1}} \quad (k = 1, 2, \dots, K-1), \quad (2)$$

$$u|_{t=0} = \varphi(x), \quad (3)$$

$$u|_{x=\partial\Gamma} = 0, \quad (4)$$

при  $a(x)$ ,  $b(x) \in L_2(\Gamma)$ ,  $x \in \Gamma$ , для задачи граничного управления принимает вид (выбрать правильную запись краевого условия)

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} (a(x) \frac{\partial u}{\partial x}) + b(x)u + f(x, t), \quad x, t \in \Gamma_T = \Gamma_0 \times (0, T),$$

$$u|_{x=l \in \gamma_1} = u|_{x=0 \in \gamma_2}, \quad \frac{\partial u}{\partial x}|_{x=l \in \gamma_k} = \alpha \frac{\partial u}{\partial x}|_{x=0 \in \gamma_{k+1}} \quad (k = 1, 2, \dots, K-1),$$

$$u|_{t=0} = \varphi(x),$$

$$1) a(x) \frac{\partial u}{\partial x}|_{x=\partial\Gamma} = \phi(x, t),$$

$$2) \phi(x, t) \frac{\partial u}{\partial x}|_{x=\partial\Gamma} = 0,$$

$$3) u|_{x=\partial\Gamma} = \phi(x, t),$$

где функция  $\phi(x, t)$  является управляющим воздействием на систему.

Ответ: 1)

3. В случае распределенного управления  $v(x, t)$  уравнение (1) в системе

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left( a(x) \frac{\partial u}{\partial x} \right) + b(x)u, \quad x, t \in \Gamma_T = \Gamma_0 \times (0, T), \quad (1)$$

$$u|_{x=l \in \gamma_1} = u|_{x=0 \in \gamma_2}, \quad \frac{\partial u}{\partial x} \Big|_{x=l \in \gamma_k} = \alpha \frac{\partial u}{\partial x} \Big|_{x=0 \in \gamma_{k+1}} \quad (k = 1, 2, \dots, K-1), \quad (2)$$

$$u|_{t=0} = \varphi(x), \quad (3)$$

$$u|_{x=\partial\Gamma} = 0, \quad (4)$$

изменится на

$$1) \quad \frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left( a(x) \frac{\partial u}{\partial x} \right) + b(x)v(x, t), \quad x, t \in \Gamma_T = \Gamma_0 \times (0, T),$$

$$2) \quad \frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left( a(x) \frac{\partial u}{\partial x} \right) + b(x)u + v(x, t), \quad x, t \in \Gamma_T = \Gamma_0 \times (0, T),$$

$$3) \quad \frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left( a(x) \frac{\partial u}{\partial x} \right) + uv(x, t), \quad x, t \in \Gamma_T = \Gamma_0 \times (0, T),$$

Ответ: 2)

4. Начально-краевая задача

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left( a(x) \frac{\partial u}{\partial x} \right) + b(x)u, \quad x, t \in \Gamma_T = \Gamma_0 \times (0, T), \quad (1)$$

$$u|_{x=l \in \gamma_1} = u|_{x=0 \in \gamma_2}, \quad \frac{\partial u}{\partial x} \Big|_{x=l \in \gamma_k} = \alpha \frac{\partial u}{\partial x} \Big|_{x=0 \in \gamma_{k+1}} \quad (k = 1, 2, \dots, K-1), \quad (2)$$

$$u|_{t=0} = \varphi(x), \quad (3)$$

$$u|_{x=\partial\Gamma} = 0, \quad (4)$$

при  $a(x), b(x) \in L_2(\Gamma)$ ,  $x \in \Gamma$ , для задачи стартового управления принимает вид (выбрать правильную запись начального условия)

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left( a(x) \frac{\partial u}{\partial x} \right) + b(x)u + f(x, t), \quad x, t \in \Gamma_T = \Gamma_0 \times (0, T),$$

$$u|_{x=l \in \gamma_1} = u|_{x=0 \in \gamma_2}, \quad \frac{\partial u}{\partial x} \Big|_{x=l \in \gamma_k} = \alpha \frac{\partial u}{\partial x} \Big|_{x=0 \in \gamma_{k+1}} \quad (k = 1, 2, \dots, K-1),$$

$$1) \quad u|_{t=0} = v(x),$$

$$2) \quad \frac{\partial u}{\partial x} \Big|_{t=0} = v(x),$$

$$u|_{x=\partial\Gamma} = 0,$$

где функция  $v(x)$  является управляющим воздействием на систему.

Ответ 1)

## Критерии и шкалы оценивания заданий ФОС

### Задания КИМ

Выполнение трех из пяти требований к ответу на каждый вопрос КИМ:

#### Задачи на соответствие

- (2 балла – все соответствия определены верно;
- за каждое верное сопоставление ставится количество баллов, равное максимальному (2 балла), деленному на количество предлагаемых в вопросе сопоставлений;
- 0 баллов – ни одно сопоставление не выбрано верно.

**Задания раздела 20.3 рекомендуются к использованию при проведении диагностических работ с целью оценки остаточных результатов освоения данной дисциплины (знаний, умений, навыков).**